

第2讲因式分解基本解法（二）（练习）

一、十字相乘法

练习

1. 因式分解：

(1) $x^2 - 6x + 5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $x^2 - 2x - 15 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 (1) $(x - 1)(x - 5)$

(2) $(x - 5)(x + 3)$

【解析】 (1) $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5)$.

(2) $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$.

【标注】【知识点】二次项系数为 ± 1 的十字相乘

2. 分解因式：

(1) $x^2 - 7x + 10$.

(2) $x^2 - 10x + 24$.

(3) $x^2 + 2x - 8$.

(4) $y^2 - 7y - 18$.

【答案】 (1) $(x - 2)(x - 5)$.

(2) $(x - 4)(x - 6)$.

(3) $(x + 4)(x - 2)$.

(4) $(y - 9)(y + 2)$.

【解析】 (1) 原式 $= (x - 2)(x - 5)$.

(2) 原式 $= (x - 4)(x - 6)$.

(3) 原式 $= (x + 4)(x - 2)$.

(4) 原式 $= (y - 9)(y + 2)$.

【标注】【知识点】二次项系数为 ± 1 的十字相乘

3. 分解下列因式：

(1) $x^2 + 6x - 7$.

(2) $x^2 + 6x - 16$.

(3) $x^2 - 3x + 2$.

(4) $x^2 - 10x + 16$.

(5) $x^2 - 7x - 8$.

(6) $x^2 - x - 42$.

【答案】 (1) $(x - 1)(x + 7)$.

(2) $(x - 2)(x + 8)$.

(3) $(x - 1)(x - 2)$.

(4) $(x - 2)(x - 8)$.

(5) $(x + 1)(x - 8)$.

(6) $(x + 6)(x - 7)$.

【解析】 (1) 原式 = $(x - 1)(x + 7)$.

(2) 原式 = $(x - 2)(x + 8)$.

(3) 原式 = $(x - 1)(x - 2)$.

(4) 原式 = $(x - 2)(x - 8)$.

(5) 原式 = $(x + 1)(x - 8)$.

(6) 原式 = $(x + 6)(x - 7)$.

【标注】 【知识点】二次项系数为 ± 1 的十字相乘

|| 练习

4. 分解因式： $4x - 3 - x^2$.

A. $-(x - 1)(x - 3)$ B. $-(x - 1)(x + 3)$ C. $-(x - 1)(x - 2)$ D. $-(x + 1)(x - 3)$

【答案】 A

【解析】 $4x - 3 - x^2 = -(x - 1)(x - 3)$.

【标注】 【知识点】二次项系数为 ± 1 的十字相乘

5. 因式分解： $-a^2 - 7a - 6$.

【答案】 $-(a+6)(a+1)$.

【解析】 $-a^2 - 7a - 6 = -(a+6)(a+1)$.

【标注】【知识点】二次项系数为 ± 1 的十字相乘

6. 分解因式： $-x^2 - 5x + 6$.

【答案】 $-(x-1)(x+6)$.

【解析】 原式 $= -(x^2 + 5x - 6)$
 $= -(x-1)(x+6)$.

【标注】【知识点】二次项系数为 ± 1 的十字相乘

7. 分解因式： $20 - x^2 - x$.

【答案】 $-(x+5)(x-4)$.

【解析】 先提取负号，令 x 的平方前为正，然后根据十字相乘法原理，可令 $a=5$ ， $b=-4$ 得：

$$20 - x^2 - x = -(x^2 + x - 20) = -(x+5)(x-4) .$$

【标注】【知识点】二次项系数为 ± 1 的十字相乘

|| 练习

8. 用十字相乘法分解下列因式：

(1) $3a^2 - 7a - 6$.

(2) $3x^2 - 8x - 3$.

(3) $5x^2 + 12x - 9$.

【答案】 (1) $(3a+2)(a-3)$.

(2) $(3x+1)(x-3)$.

(3) $(x+3)(5x-3)$.

【解析】 (1) $3a^2 - 7a - 6 = (3a+2)(a-3)$.

$$(2) 3x^2 - 8x - 3 = (3x + 1)(x - 3).$$

$$(3) 5x^2 + 12x - 9 = (x + 3)(5x - 3).$$

【标注】【知识点】系数为整式的十字相乘

9. 因式分解：

$$(1) 3x^2 + 20x - 7.$$

$$(2) 2x^2 - 11x - 13.$$

【答案】(1) $(x + 7)(3x - 1).$

(2) $(2x - 13)(x + 1).$

【解析】(1) 略

(2) 略

【标注】【知识点】二次项系数不为 ± 1 的十字相乘

10. 因式分解：

$$(1) 4x^2 - 4x - 3.$$

$$(2) 6x^2 + 7x - 5.$$

【答案】(1) $(2x - 3)(2x + 1).$

(2) $(2x - 1)(3x + 5).$

【解析】(1) $4x^2 - 4x - 3 = (2x - 3)(2x + 1).$

故答案为： $(2x - 3)(2x + 1).$

(2) $6x^2 + 7x - 5 = (2x - 1)(3x + 5).$

故答案为： $(2x - 1)(3x + 5).$

【标注】【知识点】与提公因式结合的十字相乘

11. 因式分解： $12x^2 - x - 6.$

【答案】 $(3x + 2)(4x - 3).$

【解析】原式= $(3x + 2)(4x - 3).$

【标注】【知识点】二次项系数不为 ± 1 的十字相乘

12. 分解因式： $12x^2 - 11x - 15$.

【答案】 $(4x + 3)(3x - 5)$.

【解析】 原式 = $(3x - 5)(4x + 3)$.

【标注】【知识点】二次项系数不为 ± 1 的十字相乘

|| 练习

13. 分解因式：

(1) $13x - 6x^2 - 6$.

【答案】 (1) $-(2x - 3)(3x - 2)$.

【解析】 (1) $13x - 6x^2 - 6$
 $= -(6x^2 - 13x + 6)$
 $= -(2x - 3)(3x - 2)$.

【标注】【知识点】二次项系数不为 ± 1 的十字相乘；二次项系数为 ± 1 的十字相乘

14. 分解因式：

(1) $-12x^2 - 28x + 5$.

【答案】 (1) $-(2x + 5)(6x - 1)$.

【解析】 (1) $-12x^2 - 28x + 5 = -(12x^2 + 28x - 5) = -(2x + 5)(6x - 1)$.

【标注】【知识点】二次项系数不为 ± 1 的十字相乘

15. 分解因式：

(1) $-6x^2 - 11x + 7$.

(2) $32 - 12x - 27x^2$.

【答案】 (1) $-(2x - 1)(3x + 7)$.

$$(2) -(3x+4)(9x-8).$$

【解析】(1) $-6x^2 - 11x + 7 = -(6x^2 + 11x - 7) = -(2x-1)(3x+7).$

$$(2) 32 - 12x - 27x^2 = -(3x+4)(9x-8).$$

【标注】【知识点】系数为整式的十字相乘

练习

16. 分解因式：

$$(1) x^2 - 20xy + 64y^2.$$

$$(2) 2x^2 + xy - 15y^2.$$

【答案】(1) $(x-4y)(x-16y).$

$$(2) (x+3y)(2x-5y).$$

【解析】(1) 原式 $= (x-4y)(x-16y).$

$$(2) 原式 = (x+3y)(2x-5y).$$

【标注】【知识点】系数为整式的十字相乘

17. 分解因式：

$$(1) 2x^2 - 3xy - 2y^2.$$

$$(2) 12x^2 - 11xy - 15y^2.$$

【答案】(1) 原式 $= (x-2y)(2x+y).$

$$(2) 原式 = (3x-5y)(4x+3y).$$

【解析】(1) 略.

(2) 略.

【标注】【知识点】双十字相乘法

18. 因式分解：

$$(1) x^2 + 7xy + 10y^2.$$

$$(2) x^2 - 10xy - 24y^2.$$

$$(3) 2x^2 - xy - 3y^2.$$

(4) $12x^2 + 4xy - y^2$.

(5) $x^2 + 144y^2 - 25xy$.

(6) $8a^2 - 5ab - 42b^2$.

(7) $12x^2 - 11xy - 15y^2$.

【答案】 (1) $(x + 2y)(x + 5y)$.

(2) $(x + 2y)(x - 12y)$.

(3) $(2x - 3y)(x + y)$.

(4) $(6x - y)(2x + y)$.

(5) $(x - 9y)(x - 16y)$.

(6) $(8a - 21b)(a + 2b)$.

(7) $(3x - 5y)(4x + 3y)$.

【解析】 (1) 原式 = $(x + 2y)(x + 5y)$.

(2) 原式 = $(x + 2y)(x - 12y)$.

(3) 原式 = $(2x - 3y)(x + y)$.

(4) 原式 = $(6x - y)(2x + y)$.

(5) 原式 = $(x - 9y)(x - 16y)$.

(6) 原式 = $(8a - 21b)(a + 2b)$.

(7) 原式 = $(3x - 5y)(4x + 3y)$.

【标注】【知识点】二次项系数不为 ± 1 的十字相乘；二次项系数为 ± 1 的十字相乘

|| 练习

19. 分解因式： $3x^2 - 12x + 9$.

【答案】 $3(x - 3)(x - 1)$.

【解析】 原式 = $3(x^2 - 4x + 3) = 3(x - 3)(x - 1)$.

【标注】【知识点】二次项系数不为 ± 1 的十字相乘

20. 分解下列因式：

(1) $2x^2 - 4x - 6$.

(2) $ax^2 - 2ax - 15a$.

(3) $18x^2 + 33x + 9$.

(4) $10x^2 + 25x + 15$.

(5) $36a^2 + 81a + 45$.

【答案】 (1) $2(x+1)(x-3)$.

(2) $a(x-5)(x+3)$.

(3) $3(3x+1)(2x+3)$.

(4) $5(x+1)(2x+3)$.

(5) $9(a+1)(4a+5)$.

【解析】 (1) 原式 = $2(x+1)(x-3)$.

(2) 原式 = $a(x-5)(x+3)$.

(3) 原式 = $3(3x+1)(2x+3)$.

(4) 原式 = $5(x+1)(2x+3)$.

(5) 原式 = $9(a+1)(4a+5)$.

【标注】【知识点】二次项系数不为 ± 1 的十字相乘；二次项系数为 ± 1 的十字相乘；系数为整式的十字相乘

二、分组分解法

练习

21. 因式分解： $ax - by - bx + ay$.

【答案】 $ax - by - bx + ay = (x+y)(a-b)$.

【解析】 法1 $ax - by - bx + ay$
 $= (ax - bx) + (ay - by)$
 $= x(a - b) + y(a - b)$
 $= (x + y)(a - b)$.

法2： $ax - by - bx + ay$
 $= a(x + y) - b(x + y)$
 $= (x + y)(a - b)$.

【标注】【知识点】分组分解—四项式

22. 分解因式：

$$x^2 + 3y - xy - 3x .$$

【答案】见解析

$$\begin{aligned}\text{【解析】原式} &= (x^2 - xy) + (3y - 3x) \\ &= x(x - y) + 3(y - x) \\ &= (x - y)(x - 3) .\end{aligned}$$

【标注】【知识点】分组分解—四项式

23. 因式分解： $a^2 - b^2 - 2a + 2b = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$\text{【答案】} (a - b)(a + b - 2)$$

$$\text{【解析】} a^2 - b^2 - 2a + 2b = (a - b)(a + b) - 2(a - b) = (a - b)(a + b - 2) .$$

【标注】【知识点】分组分解—四项式

24. 分解因式： $x^2 - 4 + y^2 + 2xy = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$\text{【答案】} (x + y + 2)(x + y - 2)$$

$$\begin{aligned}\text{【解析】} \quad & x^2 - 4 + y^2 + 2xy \\ &= (x^2 + y^2 + 2xy) - 4 \\ &= (x + y)^2 - 2^2 \\ &= (x + y + 2)(x + y - 2) .\end{aligned}$$

【标注】【知识点】分组分解—四项式

|| 练习

25. 分解因式： $x^2 - y^2 - 6x + 9$.

$$\text{【答案】} (x + y - 3)(x - y - 3) .$$

【解析】 原式 $= (x^2 - 6x + 9) - y^2 = (x - 3)^2 - y^2 = (x + y - 3)(x - y - 3)$.

【标注】 【知识点】 分组分解—四项式

26. 分解因式： $9x^2 - y^2 - 4y - 4$.

【答案】 $(3x + y + 2)(3x - y - 2)$.

【解析】 $9x^2 - y^2 - 4y - 4$
 $= 9x^2 - (y + 2)^2$
 $= (3x + y + 2)(3x - y - 2)$.

【标注】 【知识点】 分组分解—四项式

27. 分解因式： $-2x + y^2 - x^2 - 1$.

【答案】 $(y + x + 1)(y - x - 1)$.

【解析】 $-2x + y^2 - x^2 - 1 = y^2 - (x^2 + 2x + 1) = (y + x + 1)(y - x - 1)$.

【标注】 【知识点】 分组分解—四项式

28. 分解因式： $25 - 4x^2 + 4xy - y^2$.

【答案】 $(5 + 2x - y)(5 - 2x + y)$.

【解析】 解： $25 - 4x^2 + 4xy - y^2$,
 $= 25 - (4x^2 - 4xy + y^2)$,
 $= 5^2 - (2x - y)^2$,
 $= [5 + (2x - y)][5 - (2x - y)]$,
 $= (5 + 2x - y)(5 - 2x + y)$.

【标注】 【知识点】 分组分解—四项式

|| 练习

29. 分解因式： $m^2 - 2mn + n^2 - am + an$.

【答案】 $(m-n)(m-n-a)$.

【解析】 $m^2 - 2mn + n^2 - am + an = (m-n)^2 - a(m-n) = (m-n)(m-n-a)$.

【标注】 【知识点】 分组分解—五项式

30. 分解因式： $3a^2 - 6ab + 3b^2 - 5a + 5b$.

【答案】 $(3a - 3b - 5)(a - b)$

【解析】 原式 $= (3a^2 - 6ab + 3b^2) - 5(a - b)$
 $= 3(a^2 - 2ab + b^2) - 5(a - b)$
 $= 3(a - b)^2 - 5(a - b)$
 $= (3a - 3b - 5)(a - b)$.

【标注】 【知识点】 分组分解—五项式

31. 分解因式：

(1) $a^2 - ab - 6b^2 - a + 3b$.

(2) $5m^2 + 3m - 7mn - 24n^2 - 9n$.

【答案】 (1) $(a - 3b)(a + 2b - 1)$.

(2) $(m - 3n)(5m + 8n + 3)$.

【解析】 (1) 原式 $= (a - 3b)(a + 2b) - (a - 3b) = (a - 3b)(a + 2b - 1)$.

(2) 原式 $= (5m^2 - 7mn - 24n^2) + (3m - 9n)$
 $= (m - 3n)(5m + 8n) + 3(m - 3n)$
 $= (m - 3n)(5m + 8n + 3)$.

【标注】 【知识点】 分组分解—五项式

32. 分解因式： $4x^2 + 2z^2 + xy + 9xz + 2yz$.

【答案】 $(x + 2z)(4x + y + z)$.

【解析】 原式 $= 4x^2 + 9xz + 2z^2 + xy + 2yz$
 $= (4x + z)(x + 2z) + y(x + 2z)$

$$= (x + 2z)(4x + y + z) .$$

【标注】【知识点】分组分解—五项式